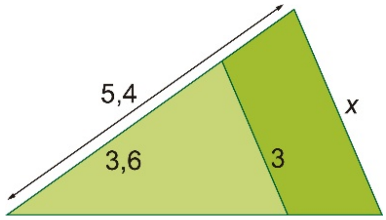
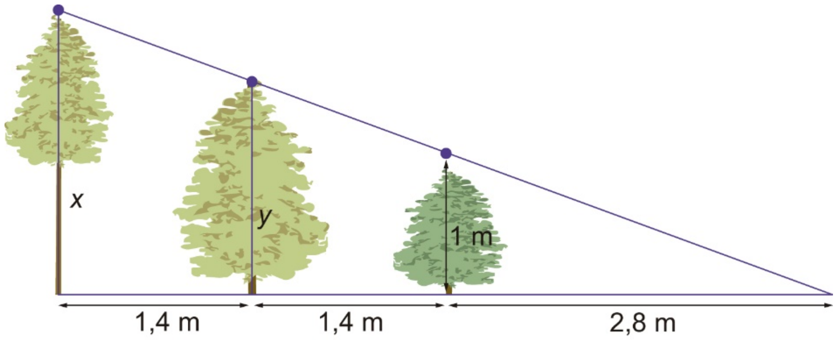
FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Triángulos en posición de Tales. Criterios de semejanza

1. **Los siguientes triángulos están en posición de Tales. Halla el valor de *x*.**

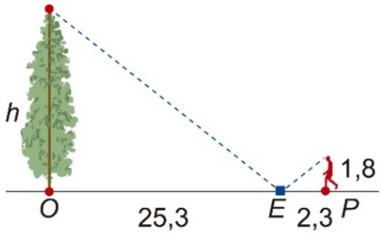


2. **Calcula las alturas de los dos árboles sabiendo que los triángulos están en posición de Tales.**

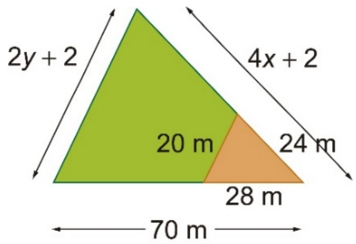


3. **Un árbol de 4 m de altura proyecta una sombra de 6 m de longitud. ¿Cuál es la altura de un edificio que proyecta en ese mismo instante una sombra de 18 m? Haz un esquema gráfico de la situación.**

4. **Víctor va paseando por el campo y ve reflejado en un charco la punta de un árbol. Si las medidas son las que aparecen en la figura (todas en metros), averigua la altura del árbol.**



5. **Aplica la semejanza de triángulos para hallar el valor de *x* e *y* en la siguiente figura.**



6. **Utilizando los criterios de semejanza, justifica si los siguientes triángulos son o no semejantes.**

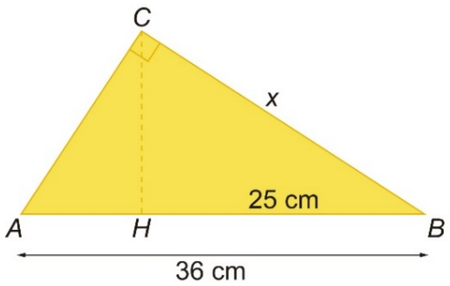
   a) $\hat{A} = 90°$, $\hat{B} = 32°$ y $\hat{A}' = 90°$, $\hat{C}' = 58°$

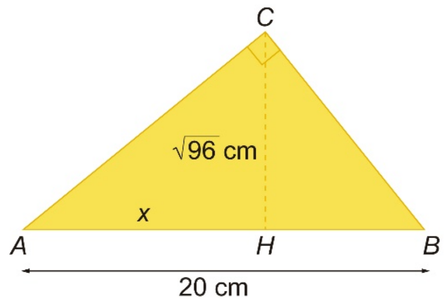
   b) $\hat{A} = 72°$, $\overline{AB} = 2$ cm, $\overline{AC} = 6$ cm y $\hat{A}' = 72°$, $\overline{A'B'} = 1$ cm, $\overline{A'C'} = 3$ cm

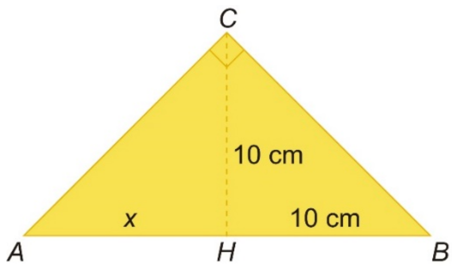
   c) $\overline{AB} = 3$ cm, $\overline{AC} = 4$ cm, $\overline{BC} = 5$ cm y $\overline{A'B'} = 4{,}2$ cm, $\overline{A'C'} = 5{,}6$ cm, $\overline{B'C'} = 7$ cm

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Teoremas del cateto y de la altura

1. Aplica los teoremas del cateto y de la altura, según correspondan, para calcular el valor de *x* en los siguientes triángulos.







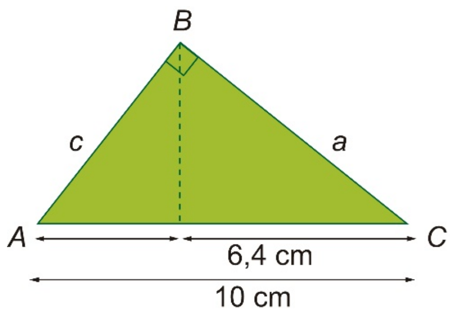
2. En un triángulo rectángulo, las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 4 dm y 9 dm, respectivamente. Calcula la altura relativa del triángulo sobre la hipotenusa.

3. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10 centímetros y la proyección de uno de sus catetos sobre ella 6,4 centímetros, como se muestra en la figura. Calcular, indicando los teoremas utilizados, las siguientes medidas.

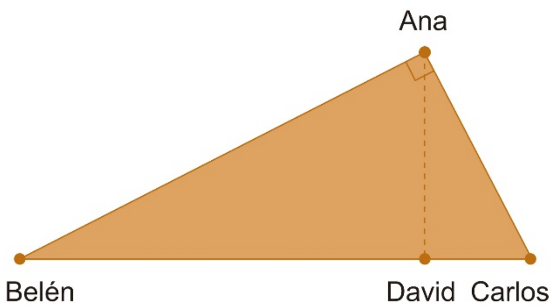
a) La altura relativa sobre la hipotenusa.

b) La medida del cateto *a*.

c) La medida del cateto *b*.



4. Cuatro amigos, Ana, Belén, David y Carlos, se encuentran separados formando un triángulo rectángulo como se muestra a continuación. La distancia entre Belén y Carlos es de 250 m, y la que hay entre David y Carlos es de 90 m. Calcula todas las distancias que faltan.



FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Mapas, planos y maquetas. Escalas

1. La longitud de una furgoneta en la realidad es de 4,2 metros.

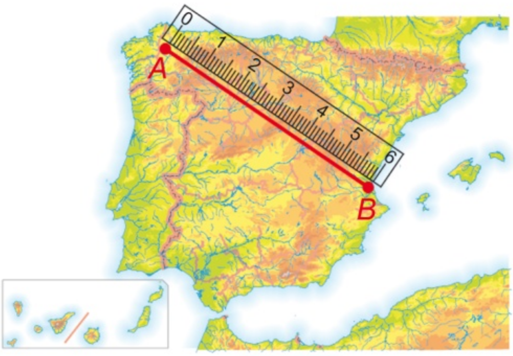
a) ¿Cuál será su longitud en una maqueta a escala 1:200?

b) ¿Y a escala 1:500?

c) Si tenemos una maqueta de la furgoneta que mide 6 cm de longitud, ¿a qué escala está representada?

2. Calcula la distancia real entre Lugo, que se encuentra situado en *A*, y Valencia, que está en *B*, teniendo en cuenta la escala que se muestra en el mapa y que la división más pequeña de la regla es el milímetro.

Escala 1:14:000.000



3. En un plano con una escala de 1:40, ¿cuáles serán las medidas de una mesa de 1,20 metros de largo y 0,90 metros de ancho?

4. Calcula la escala del siguiente mapa sabiendo que el campo de fútbol que se ve en la figura mide 110 metros de largo en la realidad y que la división más pequeña de la regla es el milímetro. ¿Qué distancia hay entre *A* y *B* en la realidad, si en este plano es de 5 centímetros?

5. Determinar las dimensiones que tendrá una casa rectangular en un plano a escala 1:50, si en la realidad su largo mide la mitad de su ancho y su área es de 72 m^2.

6. Una bacteria tiene un diámetro aproximado de 2,5 millonésimas de metro y, con un microscopio, se ve con un diámetro de 1,5 cm. Calcula cuántos aumentos tiene el microscopio.

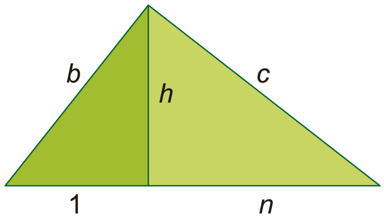
7. Calcula las dimensiones que tendrá un zapatero de miniatura si queremos hacerlo semejante a otro cuyas dimensiones son 120 x 90 x 45 (altura x ancho x profundidad) centímetros, de forma que la altura sea 12 centímetros.

FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

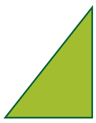
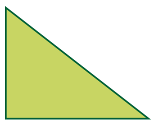
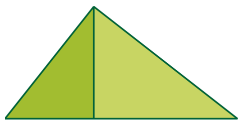
Triángulos de Kepler

Para aplicar los teoremas del cateto y de la altura en un triángulo rectángulo hace falta trazar la altura sobre la hipotenusa. Así se obtienen otros dos triángulos semejantes al primero por ser iguales sus ángulos correspondientes (son también triángulos rectángulos).

El cateto menor se convierte en la hipotenusa del triángulo menor (el verde oscuro en la figura), y el cateto mayor se convierte en la hipotenusa del triángulo mediano (el verde claro en la figura).



1. Completa la tabla siguiente con las variables que aparecen en la anterior figura (el triángulo mayor formado por los dos pequeños es rectángulo también).

	Cateto menor	Cateto mayor	Hipotenusa
			
			
			

2. ¿Cuál es la razón de proporcionalidad entre el triángulo menor y el mediano? ¿Y entre el mediano y el mayor?

En el ejemplo concreto de la figura de arriba, los triángulos que aparecen al trazar la altura tienen una peculiaridad: la razón de semejanza entre el menor de los triángulos y el mediano **coincide** con la razón de semejanza entre el mediano y el mayor de ellos.

3. Escribe *b* como una potencia de *h* con ayuda de la propiedad anterior.

Vamos a intentar deducir cuánto miden los segmentos desconocidos a partir de este dato solamente. Según el teorema de Pitágoras en el triángulo mayor de la figura,

$$1^2 + h^2 = b^2$$

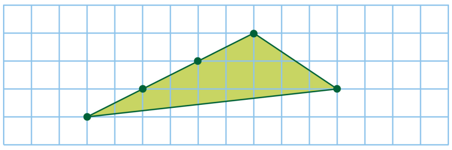
4. Utiliza la relación obtenida en el ejercicio 3 para convertir la expresión anterior en una ecuación con una sola incógnita y resuélvela. ¿Se pueden aceptar todas las soluciones?

Si el número que buscamos es un viejo conocido, llámalo por su nombre.

FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

A lo largo o a lo ancho

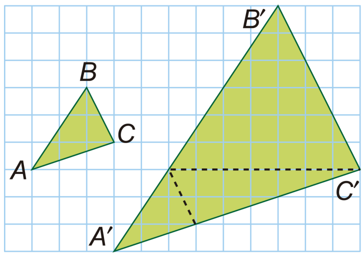
El **teorema de Pick** nos permite calcular áreas de **polígonos reticulares** (polígonos cuyos vértices tienen coordenadas enteras). Según este teorema, el área de este tipo de polígonos es igual a la suma del número de puntos reticulares interiores más la mitad de los puntos reticulares del borde, disminuida en una unidad.



El triángulo de la figura (que es un polígono reticulado) tiene 9 puntos reticulares en su interior, y 5 en su perímetro. Así, su área viene dada por:

$$9+\frac{5}{2}-1=\frac{21}{2}=10{,}5 \text{ ua.}$$

1. Los triángulos ABC y A'B'C' de la derecha son semejantes.



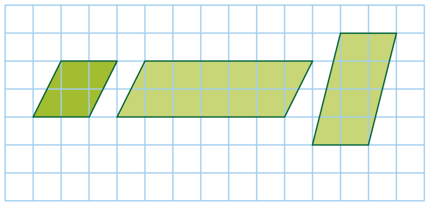
a) ¿Cuál de las dos líneas discontinuas podemos aprovechar para sostener esa afirmación?

b) ¿Cuál es la razón de semejanza?

c) Calcula la superficie de ambos triángulos.

A lo largo de esta unidad hemos estudiado cómo se transforma el área de una figura plana cuando se contrae o se expande, dando lugar a una figura semejante. Pero, ¿qué ocurre cuando se «estira» a lo largo de uno solo de los ejes coordenados?

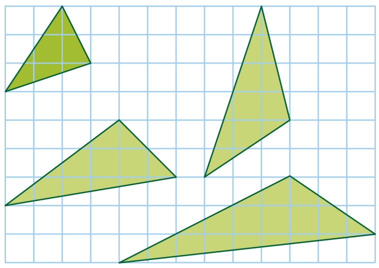
En la figura de la derecha, el paralelogramo de la izquierda se ha ampliado dando lugar a las otras dos figuras. La segunda figura se ha obtenido ampliando la escala en la dirección horizontal, mientras que la tercera se ha obtenido ampliando la escala en la dirección vertical (con respecto a la primera figura). En ambos casos se ha mantenido la escala del otro eje intacta.



2. Calcula el área de los tres paralelogramos. ¿Cuál es el factor de ampliación en cada caso?

3. Describe cómo afecta al área de una figura una dilatación en la dirección de uno solo de los ejes.

4. Los triángulos verdes claro se han obtenido a partir del oscuro, que es igual que el triángulo *ABC* del ejercicio 1, dilatando por algún factor el eje horizontal o el vertical.



a) ¿Cuál es este factor en cada uno de ellos?

b) ¿Cuál es el área de cada uno?

5. La superficie de un círculo de radio 1 es π. Si ampliamos la figura con razón 2, obtenemos un círculo de superficie 4π. ¿Cuánto mide el área de las figuras ovaladas?